

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

---

En total el examen consta de 10 preguntas optativas del mismo valor, de las que el/la estudiante deberá elegir un máximo de 5 preguntas, cualesquiera de ellas. Cada pregunta vale 2 puntos en total y puede contener distintos apartados, cuyas puntuaciones se indican.

El/la estudiante debe indicar claramente, en la primera página del tríptico, cuáles han sido las 5 preguntas elegidas. (Si no se indica, y se han respondido más de 5 preguntas, sólo se corregirán las 5 preguntas que se han respondido en primer lugar)

1) Dada la siguiente función:

$$f(x) = x e^{-ax^2}, \quad a \in \mathbb{R}$$

- a) (1 punto) Determina los valores de  $a \in \mathbb{R}$  para que la función  $f(x)$  sea continua en  $\mathbb{R}$  y tenga la asíntota horizontal  $y = 0$ .
- b) (1 punto) Calcula, para el valor  $a = \frac{1}{2}$ , el área que encierra la gráfica de la curva  $f(x)$  entre el eje  $X$  y las rectas  $x = 0$  y  $x = 1$ .

2) Para la siguiente función:

$$f(x) = \frac{2x^3 + ax^2 + bx + 3}{-x^3 + 4x^2 - 5x + 2}, \quad a, b \in \mathbb{R}$$

Calcula los valores de  $a, b \in \mathbb{R}$ , para que  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = L \in \mathbb{R}$ , y determina el valor de dicho límite.

3) Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones:

$$f(x) = 3x + 2x^2,$$
$$g(x) = x^2 + 4x + 2.$$

4) Para la siguiente función:

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{3 - x^2}$$

- a) (1,25 puntos) Estudia la existencia de asíntotas horizontales, verticales y oblicuas, así como de ramas parabólicas. Determina las asíntotas cuando existan.
- b) (0,75 puntos) Calcula la recta tangente a la función en el punto  $x = 1$ .

5) Dada la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & k \\ -1 & k+1 \end{pmatrix}.$$

- a) (1 punto) Determina el valor de  $k \in \mathbb{R}$  para que se verifique  $A^2 = 3I$ , donde  $I$  es la matriz identidad de orden 2.
- b) (1 punto) Calcula, para  $k = 0$ , la matriz  $B^n$  con  $B = 2A - I$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden 2, y  $n \in \mathbb{N}$ .

6) Dadas las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1-m & -1 \\ 2 & 2m \\ m-1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto) Estudia, según los valores de  $m \in \mathbb{R}$ , el rango de la matriz  $P = AB^T + C$ , donde  $B^T$  es la matriz traspuesta de  $B$ .
- b) (1 punto) Para el valor  $m = 1$ , calcula la inversa de la matriz  $P$  del apartado anterior.

7) Dado el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + ay + z = 0 \\ x + y + a^2z = 0 \\ x + y + 2az = 0 \end{cases}$$

- a) (1 punto) Discute según los valores de  $a \in \mathbb{R}$  qué tipo de sistema es atendiendo a sus posibles soluciones (compatible determinado o indeterminado, incompatible).
- b) (1 punto) Resuelve el sistema para  $a = 0$ .
- 8) El volumen de un tetraedro es de 10 unidades cúbicas. Si tres de sus vértices se encuentran en los puntos  $A(1,1,1)$ ,  $B(-2,1,0)$  y  $C(0,1,3)$ , halla las coordenadas del cuarto vértice  $D$  sabiendo que se encuentra en el eje  $Y$ . Escribe todas las soluciones posibles.
- 9) En una academia de artes escénicas se imparten clases de danza y teatro. De danza, hay modalidad de danza clásica y cabaret. En la academia, un 17% de individuos practica danza clásica, un 45% cabaret y un 5% ambas modalidades de danza. Si elegimos un individuo que asiste a dicha academia:
- a) (1 punto) Calcula la probabilidad de que practique algún tipo de danza (o los dos).
- b) (1 punto) Calcula la probabilidad de que practique solamente teatro.
- 10) De los huevos que se producen diariamente en una granja, deben desecharse el 20% por no ser aptos para su consumo. Se seleccionan de manera aleatoria e independiente 5 huevos:
- a) (1 punto) Calcula la probabilidad de que tengamos que desechar alguno de los huevos seleccionados (al menos 1).
- b) (1 punto)
- (0,5 puntos) ¿Qué es más probable, que haya exactamente 2 huevos no aptos, o que haya exactamente 3 huevos no aptos? Obtén estas probabilidades.
  - (0,5 puntos) ¿Cómo razonarías la respuesta a la pregunta anterior sin hacer uso de la calculadora?

## CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

### CUESTIONES GENERALES

Como norma general se valorará positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia a éste, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea inconsistente de forma evidente con el problema a resolver.

En determinados apartados se dan puntuaciones para la solución por alguno de los métodos más habituales. En todo caso, la resolución de un apartado utilizando un método distinto otorgará la puntuación máxima, siempre que el método sea correcto y lo sea también su solución.

De acuerdo con las normas generales que aparecen en la información pública, los correctores pueden bonificar hasta con un máximo de un punto, el buen uso de la lengua o el desarrollo técnico de los ejercicios.

1. (2 ptos)
  - a. (1 pto) Aplicación de la definición de continuidad correctamente en todo el dominio. Si solo se centra en la asíntota para calcular "a" y no indica el resto del dominio, se penalizará con 0,4 puntos.
  - b. (1 pto) La integral es inmediata. Por algún error leve de cálculo se podrá descontar 0,25.
2. (2 ptos) Los pasos en el cálculo del límite deben estar claros y la calificación debe tenerlos en cuenta. Se puntuará 1,25 el cálculo adecuado de "a" y "b". 0,75 el límite. Por errores leves se podrá descontar 0,2.
3. (2 ptos) Los pasos en el cálculo de la integral deben estar claros y la calificación debe tenerlos en cuenta. Se deben buscar los puntos de corte, el cálculo incorrecto de estos se penalizará con 0,75. Si la primitiva está bien serán 1,25 puntos.
4. (2 ptos)
  - a. (1,25 ptos) Cálculo de asíntotas verticales 0,5 (0,25\*2). Cálculo de asíntota horizontal 0,35 puntos. Comprobación de no oblicua 0,2. Comprobación de no ramas parabólicas 0,2.
  - b. (0,75 ptos) Cualquier método es válido. Por algún error leve y aislado se restará un máximo de 0,25.
5. (2 ptos)
  - a. (1 pto) Cualquier método es válido. Por algún error leve y aislado, se descontará hasta 0,25 puntos.
  - b. (1 pto) Si el desarrollo está bien, pero la fórmula final no es correcta, se descontará 0,5 puntos.
6. (2 ptos)
  - a. (1 pto) La solución correcta debe contemplar todas las clasificaciones. Si hay algún error leve que no simplifique el estudio se restará un máximo de 0,25.
  - b. (1 pto) Cualquier método es válido. Si hay error leve de cálculo se podrá descontar un máximo de 0,25 ptos.
7. (2 ptos)
  - a. (1 pto) Cualquier método es válido. El cálculo correcto del determinante 0,2 puntos; resolución ( $=0$ ) 0,25 puntos; SCD 0,1 puntos; SCI 0,15\*3.
  - b. (1 pto) Si expresa de forma clara y paramétrica las infinitas soluciones. Si sólo da una solución serán 0,5 puntos.
8. (2 ptos) Por algún error leve de cálculo se podrá descontar hasta 0,25 ptos, siempre y cuando la respuesta sea coherente con el resultado obtenido. Si sólo da una solución será 1.25 ptos.  
Nota para Ejs 9 y 10: Válida cualquier estrategia para determinar la probabilidad, si es coherente y correcta.
9. (2 ptos)
  - a. (1 pto) Errores de cálculo que no resten o simplifiquen, se descontará hasta 0,25.
  - b. (1 pto) Errores de cálculo que no resten o simplifiquen, se descontará hasta 0,25.
10. (2 ptos) Si se indica la variable aleatoria binomial, con sus parámetros n y p correctamente, se podrán asignar 0,5 puntos. Se puede otorgar la puntuación completa a la expresión correcta de la probabilidad, aunque el estudiante no haga referencia a la binomial. Si se indican las probabilidades solicitadas correctamente, pero no se especifica el valor concreto de los números combinatorios, se podrá penalizar hasta con 0,2 puntos.
  - a. (1 pto)
  - b. **b1)** (0,5 ptos)  
**b2)** (0,5 ptos)